

Ecuaciones Diferenciales II Examen XXII

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XXII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2023/2024.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Extraordinaria.

Fecha 9 de Julio de 2024.

Ejercicio 1. Decide en cada caso si la sucesión de funciones $\{f_n\}_{n \geq 1}$, $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, es equicontinua.

a) $f_n(t) = t^n$

b) $f_n(t) = \sqrt{t + \frac{1}{n}}$

Ejercicio 2. Encuentra todas las funciones continuas $x, y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que cumplen

$$x(t) = 3 + \int_0^t y(s) ds, \quad y(t) = -4 \int_0^t x(s) ds.$$

Ejercicio 3. Se supone que $x(t)$ es la solución maximal del problema

$$\dot{x} = 2x + \frac{\cos t}{x^2}, \quad x(0) = 2.$$

a) Demuestra que $\dot{x}(t) > 0$ para cada $t \in [0, \omega[$.

b) $\omega = +\infty$.

Ejercicio 4. Para cada $n \geq 1$ se denota por $x_n(t)$ a la solución maximal del problema

$$\dot{x} = x^5, \quad x(0) = 1 - \frac{1}{n}.$$

Calcula, si existe, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(t)$ para cada $t \in [0, 1[$. ¿Hay convergencia uniforme en $[0, 1[$?

Ejercicio 5. Encuentra una función continua $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de manera que el problema de valores iniciales

$$x' = f(t, x), \quad x(2) = 3$$

tenga más de una solución maximal.

Ejercicio 6. Dado un número $\gamma \in]0, 1/2[$ y una función continua y acotada dada por $b : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, se considera la ecuación

$$x(t) = \gamma(x(t-1) + x(t+1)) + b(t).$$

Una solución $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua y acotada que cumple esta identidad para cada $t \in \mathbb{R}$.

a) Demuestra que existe a lo sumo una solución.

b) Demuestra que existe al menos una solución.

Observación. Considerar $x_{n+1}(t) = \gamma(x_n(t-1) + x_n(t+1)) + b(t)$.